

4重井戸ポテンシャル系での確率共鳴の状態解析

State Analysis of Stochastic Resonance in Quadruple-Well Potential

尾崎翔太¹
Shota Ozaki

荒井伸太郎¹
Shintaro Arai

山里敬也²
Takaya Yamazato

西尾芳文³
Yoshifumi Nishio

香川高等専門学校¹
Kagawa National College of Technology

名古屋大学²
Nagoya University

徳島大学³
Tokushima University

1 はじめに

ある非線形システムにノイズを加えることによって、システムの応答性が確率的に向上する現象を確率共鳴 (Stochastic Resonance: SR) と呼ぶ [1]。SR は様々な工学システムへの応用が期待されており、そのためにはノイズと SR の関係を詳しく調査する必要がある。そこで本研究では、SR の研究で広く用いられている「2重井戸ポテンシャル系」を拡張させた「4重井戸ポテンシャル系」での SR 現象を解析する。具体的には、状態がノイズ強度の変化に伴い、どのような振る舞いを示すのかを調査する。

2 4重井戸ポテンシャル系の SR モデル

双安定な2重井戸ポテンシャル系の SR は、次のように表される [1]。

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + D_x n_x(t) + A \sin(2\pi f_0 t) \quad (1)$$

$$f(x) = -\frac{dU_0(x)}{dx} \quad (2)$$

$$U_0(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4 \quad (3)$$

ここで、 x は状態変数、 $s(t)$ は入力信号、 A は入力信号の振幅、 D_x は x のノイズ強度、 n_x は x に加えるノイズである。この状態 x に、状態 y を新たに加えることにより、4重井戸ポテンシャル系での SR を考える。新たに加える状態 y の式は、次のように表される。

$$\frac{dy}{dt} = f(y) + D_y n_y(t) + A \sin(2\pi f_0 t) \quad (4)$$

$$f(y) = -\frac{dU_0(y)}{dy} \quad (5)$$

$$U_0(y) = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4}y^4 \quad (6)$$

ここで、 D_y は y のノイズ強度、 n_y は y に加えるノイズである。これらの状態を x, y 平面上に、座標系で表したものを図1に示す。図に示すように、4つの領域を A, B, C, D と分ける。それぞれの状態に加えるノイズは異なるものとする。ノイズ強度を変化させることにより、図中に示す矢印のように、状態が遷移することを理想とする。

3 シミュレーション結果

以上のシステムを用いて、コンピュータシミュレーションを行う。加えるノイズを変化させ、ノイズによる出力の変化と関係性について解析する。ここでシミュレーション条件は、 x の初期値=1, y の初期値=1, $A=0.4$, $f=0.01$, ノイズは AWGN, $dt=0.01$, $t=20000$ とした。また、ノイズ強度 D_x と D_y は、異なる値 ($D_x=10, D_y=5$) と、等しい値 ($D_x=D_y=10$) の2種類を用いた。

図2にシミュレーション結果を示す。図中の数字は、それぞれの領域での状態の存在頻度を表している。図が

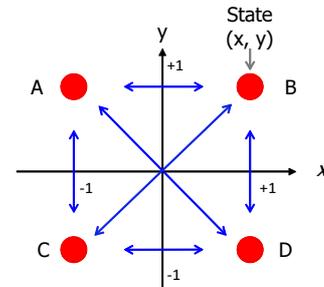
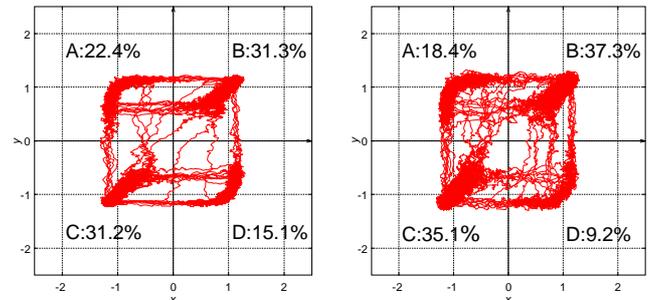


図1 4重井戸ポテンシャル系での確率共鳴。



(a) $D_x=10, D_y=5$

(b) $D_x=10, D_y=10$

図2 状態の分布と存在頻度。

ら分かるように、ノイズ強度の値の決め方の違いが、存在頻度に大きく影響するという興味深い結果が得られた。まず、 $D_x=10, D_y=5$ (図2(a)) では、状態は原点对称な分布となっており、BとCに多く存在している。存在頻度を見ると、BとCは等しく、DがAより少し低くなっている。次に、 $D_x=D_y=10$ (図2(b)) では、先程と同様に原点对称な分布に見えるが、存在頻度で見るとAとDでは大きな差があることが確認できる。当初は、ノイズ強度が等しいのでDとAの頻度は等しくなると考えていたが、実際にはDはAの半分であり頻度は原点对称とはなっていない。この興味深い結果の原因についてはまだ分かっておらず、今後の課題の一つである。原点付近に状態が分布していなかった理由としては、加えるノイズやノイズ強度が異なるため、同時に遷移する確率が低いからだと考えられる。また、入力信号は x 成分 y 成分ともに正弦波を用いているので、状態はBとCで存在頻度が多くなっていると考えられる。

4 まとめ

本研究では、2重井戸ポテンシャル系を拡張させた4重井戸ポテンシャル系の SR 現象のシミュレーションを行った。結果からわかるように、ノイズ強度の変化により、状態の様々な変化を確認した。

参考文献

- [1] 西村治彦, “ゆらぎを伴うシステムでの確率共鳴とカオス共鳴,” 計測と制御, vol. 49, no. 4, pp. 244-249, 2010年4月。